

Las mediciones

Benjamín Farbiarz

I. SISTEMAS DE LOCALIZACION

Para la concepción mecánica, la posición de una partícula respecto a un observador (quien tiene como referencia un punto o un conjunto de elementos que considera fijo) está dada en cada instante por la posición de un punto, aquel que se supone lugar de la partícula; esta posición de la partícula respecto al observador no será invariable, pues en el caso general la partícula estará en movimiento. La mecánica trabaja también bajo el criterio de que al moverse, la partícula lo hace en una forma espacialmente continua; es decir, la trayectoria (el conjunto de puntos que ocupe en su movimiento) no podrá ser una línea discontinua.

La mecánica no hace una diferenciación explícita entre lo que significa que una partícula ocupe un punto cuando está en reposo y cuando está en movimiento. Al utilizar el mismo concepto de posición en ambos casos se evidencia la escisión o, mejor, la independencia que asigna el pensamiento mecánico a los elementos espaciales respecto a los movimientos, el carácter estático del espacio, al que convierte en el medio o recinto que posibilita el movimiento, concebido éste como el paso por una serie de posiciones. El que los resultados del análisis mecánico, sus explicaciones y sus predicciones, sean compatibles con las experiencias no viene a confirmar la existencia del espacio por fuera de la teoría, del lenguaje, sino a validar el modelo mecánico dentro de cierto rango de experiencias.

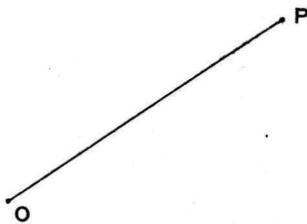
La continuidad, de otra parte, es también un supuesto, cosa que se comprueba si tenemos en cuenta que disponemos, en cualquier caso, de una cantidad finita de datos sobre una trayectoria, que, de ser continua, ha de componerse de un número transfinito de posiciones. De hecho, hay campos de la física donde viejos supuestos sobre la densidad y continuidad en los rangos de variación de una magnitud se tuvieron que sustituir por supuestos sobre variación discreta, los de las teorías cuánticas. Por ejemplo, la carga eléctrica en la teoría electromagnética clásica se corresponde con una variable real mientras que en la mecánica cuántica ya no lo es. Igual cosa ocurre en otros casos. Bien se podría pensar entonces en una cuantización en los desplazamientos o cambios de posición (que conllevaría una cuantización temporal), suficientemente fina para permitir el uso en mecánica de un modelo espacial denso y continuo.

La técnica locativa de la mecánica es geométrica; la determinación de las posiciones se realiza allí mediante conceptos y construcciones geométricos y sus mediciones correspondientes. Este aspecto no es baladí, pues es posible pensar en otros sistemas de referencia para localizar un evento dado. Por ejemplo, se puede asociar un punto con un acontecimiento de recordación memorable acaecido en dicho punto; alguien como Funes el memorioso, quien empleaba un día completo para recordar algún día de su pasado (ver "Ficciones" de Jorge Luis Borges), podría con placer utilizar este sistema: en aquel matojito de yerba brincó un grillo tal día y a tal hora; como por aquí la paloma esa aleteó una mañana así y

así. La mecánica opta por la geometría; y en general, escoge como referencia una disposición material que desde su punto de vista sea estable, como ocurre en el caso de las experiencias terrestres (el vuelo de un pájaro, la marcha de un peatón, el grito de un niño, la chispa de un fogonazo, la percusión de un tambor), en que la tierra, eternamente, la damos por inmóvil; o puede escoger más bien un referente que facilite las descripciones que busca construir. Esta inmovilidad asignada a la tierra no fue ninguna idea abstrusa de los físicos; a ellos, como a cualquiera, la vida se la fue produciendo.

Vamos pues al grano, definamos algunos métodos de localización.

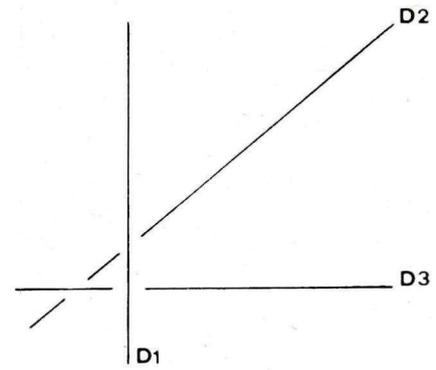
- I. Localización de un punto respecto a otro mediante un segmento orientado.



El segmento orientado OP localiza completamente a P respecto a O . Este segmento orientado, que en adelante llamaremos vector, está caracterizado por tres elementos: la distancia de O a P , la dirección de la recta OP y el sentido de O hacia P .

- II. Por medio de tres vectores en tres direcciones no coplanares escogidas arbitrariamente.

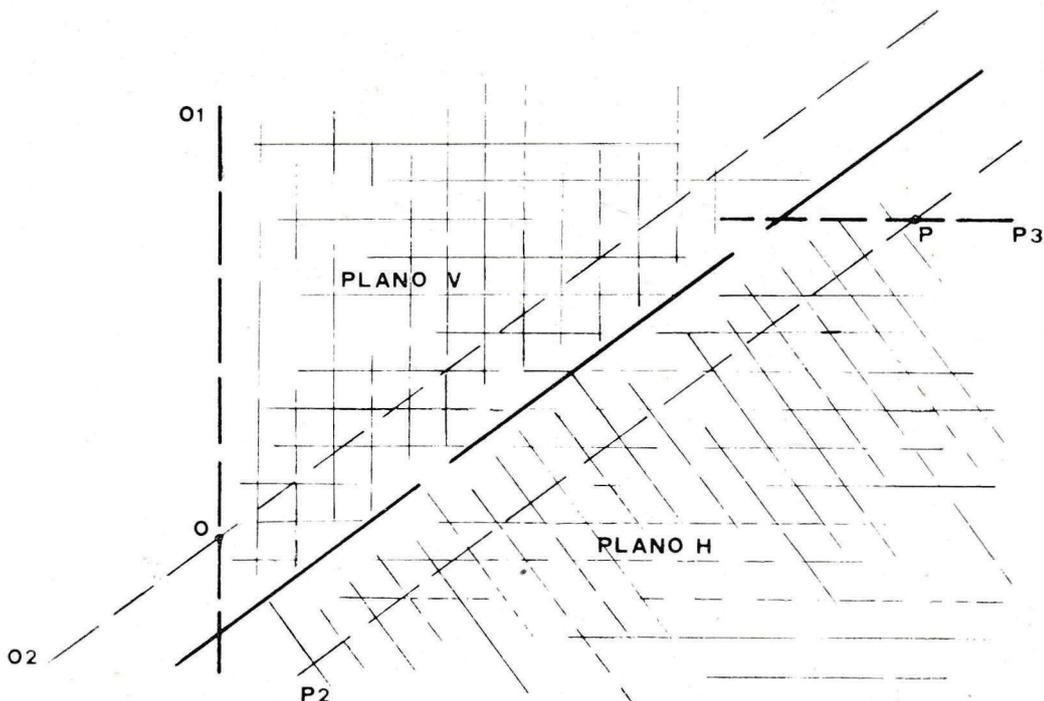
El observador escoge tres direcciones arbitrariamente (es decir, según le convenga), que llama D_1 , D_2 , D_3 . Por O se puede trazar una recta en dirección D_1 y otra en la D_2 , que determinan el plano V . Por P se trazan las rectas P'' y



P''' , en las direcciones D_2 y D_3 respectivamente, que determinan el plano U ; como se escogieron tres direcciones no coplanares, estos dos planos tendrán por intersección una recta R ; esta es paralela a la recta por O en dirección D_2 (que llamaremos O'') y paralela a la P''' ; R corta O'' en A y P''' en B . Como R es única, lo serán A y B , y serán entonces únicos también los vectores OA , AB , y BP , de direcciones D_1 , D_2 y D_3 respectivamente. Estos tres vectores, una vez definidas las tres direcciones de referencia, ubican completamente a P con respecto a O .

Este sistema de localización es la base de los sistemas de coordenadas rectilíneas, de los cuales el cartesiano, con direcciones de referencia ortogonales entre sí, es el más usado.

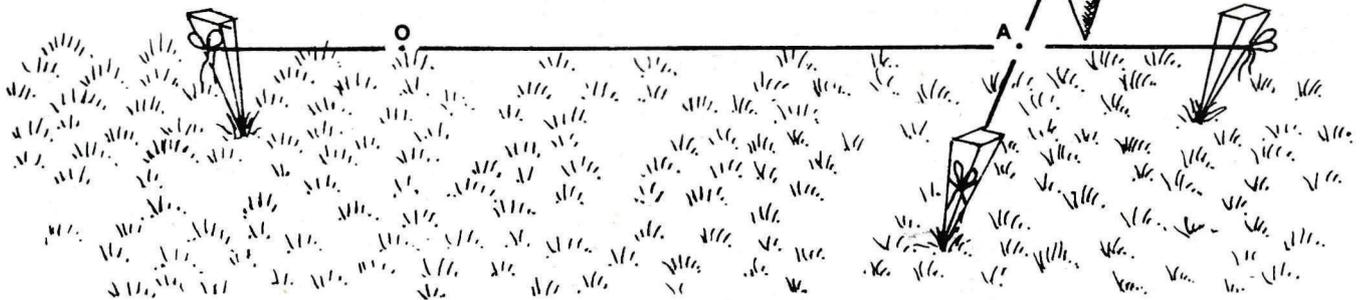
Hasta ahora lo que hemos construido es un sistema de localización geométrico; la posibilidad de utilizar este modelo en una experiencia se explica en el hecho de que la geometría euclídea es válida, es verdadera con relación a este tipo de experiencias; pero para enfatizar la diferencia entre el modelo y la experiencia que este modelo norma, entre el modelo y su implementación experimental, vamos a describir dos formas de implementación distintas.



En la primera vamos a escoger las direcciones así: dos horizontales y una vertical. Escogiendo como referencia dos direcciones horizontales, el plano V, que incluye a O, será horizontal si la recta P''' de la dirección vertical.

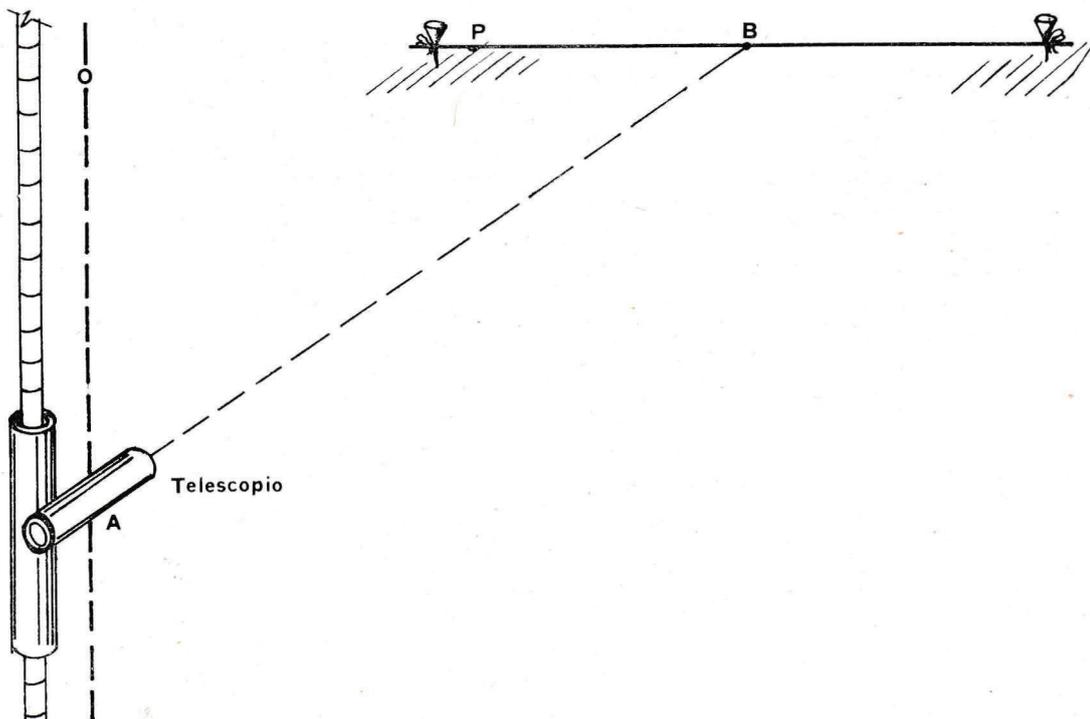
Podemos entonces levantar por O una cuerda horizontal paralela a una de las dos direcciones de referencia, que corresponderá a O' en el modelo. La recta P''' corresponde al hilo de una plomada suspendida por P; sobre este hilo se fija el punto B escogiendo aquel que tenga la misma altura que O con respecto a un plano horizontal de referencia, o por la técnica de nivelación de la topografía; una vez fijado B, se levanta por él una cuerda paralela a la segunda dirección horizontal de referencia, que localiza en O' el punto A. Listo el pollo.

Como alternativa ilustrativa está la posibili-

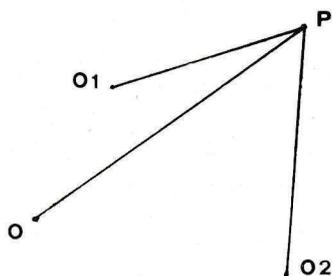


dad de trabajar con telescopios, mejor dicho teodolitos o tránsitos, con los métodos topográficos, en donde las cuerdas templadas, que se corresponden con rectas en una cierta dirección, se sustituyen por la mirada, que por superposición visual permite inferir la rectilinearidad, en tanto el criterio de línea recta que soporta la visión es coincidente con los que soportan otras actividades corporales. Podemos, por ejemplo, proceder así: se fija un telescopio en un collar que puede deslizarse sobre un eje; éste se coloca en dirección

D_1 en la cercanía de O, de tal forma que podamos colocar el telescopio en dirección D_2 y a la vez hacer que O coincida con su eje óptico (esto siempre se podrá hacer con un mecanismo de ajuste entre el lente y el collar); por otra parte levantamos por P un hilo en la dirección D_3 , y ya se puede deslizar el collar sobre el eje (sin que rote a su alrededor para así conservar la dirección del telescopio) hasta que su eje, visualmente, corte al hilo por B. En esta forma A y B se determinan simultáneamente.



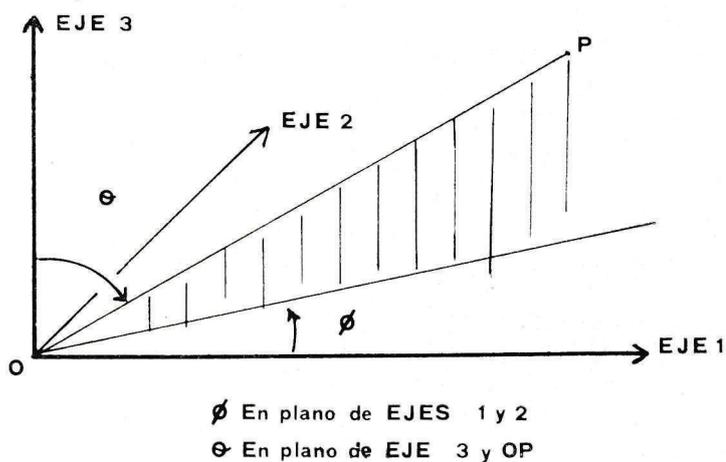
III. Por las distancias de P a tres puntos de referencia O, O₁ y O₂.



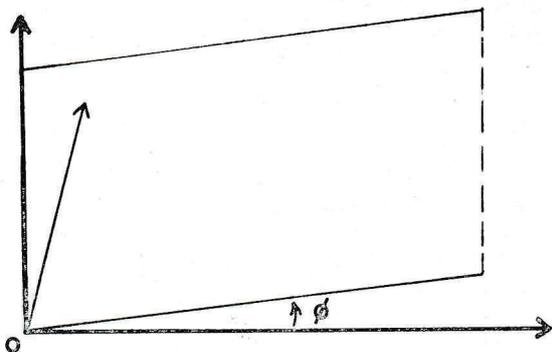
Dados O y P, escogemos otros dos puntos O₁ y O₂. Las distancias de P a estos tres puntos permiten localizar en forma unívoca a P, siempre que indiquemos de qué lado del plano determinado por O, O₁ y O₂ se encuentra.

En este caso las mediciones se basarían en una determinación muy simple de los tres segmentos: bastaría utilizar hilos fijos por un extremo en O, O₁ y O₂ respectivamente, y templeados por el otro extremo en P.

IV. Por medio de la distancia OP y de dos ángulos, definidos así:



V. Por medio de la distancia de P a un eje que pasa por O, de la distancia de O al pie T de la perpendicular por P al eje y de un ángulo, definido así:



VI. Por último queremos citar el sistema de localización que utilizan los geógrafos, que geoméricamente es muy próximo del sistema de-

nominado esférico mencionado ya. Aquí se trabaja con las familias de meridianos y paralelos terrestres, y un punto de la Tierra se localiza mediante el meridiano y el paralelo que pasan por allí; como estas líneas se cortan en dos puntos, se agrega una referencia: al Este o al Oeste de... de Greenwich.

En este caso las técnicas de determinación de los elementos geométricos son directamente mediciones, y se realizan con instrumentos peculiarísimos al oficio.

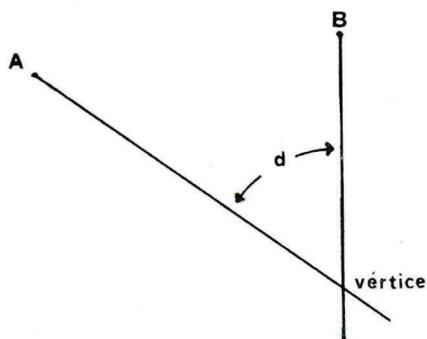
En los ejemplos mencionados hay algo peculiar; en todos (a excepción del último, donde se trabaja en una superficie) basta y hace falta utilizar tres elementos geométricos para fijar la posición de P; sin embargo, esto no quiere decir más que eso. Pero la gente ha dado en pensar que esto es así porque el recinto en que trabajamos, el Espacio, es "de tres dimensiones"; pero ¿cómo son estas dimensiones? ¿rectilíneas y ortogonales como las aristas de los cubos en que habitamos, cartesianas? ¿o más bien siguen la línea de una carpa triangular, un poco por el estilo de una tienda de los extintos pielesrojas, al modo del sistema III? ¿o es cilíndrico el espacio como en los bohíos circulares? Todo depende.

II LAS MEDICIONES

En estas técnicas de localización geométrica, en la posibilidad de diseñar con ellas sistemas instrumentales para ponerlas en práctica, se basa la mecánica al crear los sistemas de coordenadas, adicionando a estas técnicas los procesos de medición, provenientes de la geometría, o quizá de la agrimensura o la construcción.

Consideremos la distancia como un concepto asociado con un estado físico bajo el criterio de ciertas experiencias, por ejemplo, con la experiencia de desplazamiento unidireccional entre dos puntos. Aunque estamos acostumbrados a pensar que podemos pasar de un punto al otro porque hay una distancia, en rigor hay que decir que este movimiento, para efectuarse, no necesita del concepto de distancia; más bien, es la posibilidad de moverse la que fundamenta la existencia del concepto, el cual no hace más que aludir a tal posibilidad de desplazamiento. Más que nombrar una realidad externa, el concepto distancia, en tanto palabra, condensa una experiencia (movimiento sin cambio de dirección) asociada con un estado físico (el par de puntos A y B). En tal condensación se crea un nuevo ser de materia verbal, el concepto distancia, que sólo mora en el lenguaje; si creemos que es el nombre de una entidad externa a éste es porque en general pensamos que el lenguaje se limita a ser una traducción verbal de las estructuras del mundo y no más bien una estructura conceptual elaborada en relación con este mundo, con las experiencias que este mundo aporta.

Con el mismo estado físico se puede asociar un arco de circunferencia (por ejemplo cuando trabajamos con puntos lejanos entre sí de la superficie terrestre), o un ángulo, el que tiene por vértice el punto desde donde miramos primero hacia A y luego, rotando, hacia B.



La medición de una distancia es una operación que asocia con ella un número, que relaciona un número con un estado físico (en el caso que nos ocupa con una extensión) mediante la comparación de la distancia en cuestión con otra que se toma como patrón de referencia o unidad; esta comparación se realiza por medio de un instrumento diseñado o fabricado para realizar la operación a que se lo destina.

Como ejemplos se puede tomar el compás y el metro. En el primer caso, la medición se realiza dando al compás una abertura tal que la distancia entre las puntas de sus patas sea igual, por superposición, con la distancia patrón (o con una fracción conocida de ésta) y luego se pone a "andar" el compás sobre el segmento recto a medir. El número de pasos que pueda dar el compás sobre el segmento da la parte entera de la medida; el residuo exige un fraccionamiento de la distancia patrón (que se puede realizar aplicando el teorema de Tales), y de la fineza de este fraccionamiento, hasta cierto límite, dependerá el número de decimales que tenga la medida.

En el caso de la cinta graduada se cuenta de antemano con un fraccionamiento de la distancia unitaria, y el grado de este fraccionamiento (restringido entre otros por los materiales con que se elabora la cinta y por el campo experimental en que se trabaja) fijará el número de decimales obtenible, situación que corresponde al residuo resultante siempre, o casi, que se utilice el compás. En instrumentos como el nonio, por una reelaboración del residuo, se pueden producir decimales con más precisión que con la cinta graduada.

Ambas técnicas de medición (con el compás o con la cinta) permiten señalar que de cualquier forma, el resultado de la medición será siempre un número racional; aún más, un racional con una cantidad finita de decimales (número de aberturas de compás, o bien número de graduaciones discretas de la cinta). Sin embargo, se podría argüir que el número de decimales se puede aumentar indefinidamente, aumentando lo que llaman "la precisión de los aparatos", es decir haciendo más fino el fraccionamiento, o bien tomando por patrón una distancia bien grande. La segunda no sería una solución al asunto (cambio de escala), y la primera se ve imposibilitada por las posibilidades prácticas de fraccionamiento y porque los fenómenos considerados sólo cobran realidad dentro de cierto rango dimensional. A pesar de esto, la posibilidad mencionada parece sugerida por el tratamiento de la

medida como un número real, por su inclusión, como dato, en un cuerpo teórico que trabaja con variables reales... Mala sugerencia, sugerencia en que las palabras, las suposiciones, las explicaciones parecen querer imponer su forma de ser a otros campos de experiencias: este tratamiento que da la mecánica a las medidas se justifica, única y exclusivamente, por el supuesto o axioma de que el espacio (y las demás magnitudes que elabora) es continuo, de que se puede poner en correspondencia con el conjunto de los reales (cuando es una línea) o con un producto cartesiano suyo (en el caso del plano y del... del Espacio), por cuanto es un elemento denso (entre dos posiciones supone que existen infinitas posiciones); las medidas, por su parte, sin tener en cuenta lo que piense de ellas la mecánica, siempre serán racionales con una cantidad finita de decimales.

Las medidas son las que dan pie a la utilización de las matemáticas en la física; por esto, en rigor, la física no matematiza la naturaleza, sino que la considera utilizando un método que tiene como elemento de análisis, como elemento fundador de sus explicaciones, el más y el menos, la comparación; con las mediciones, la física asocia números con estados físicos, números que luego son utilizados como representantes de los estados, representantes en un cierto sentido, el del concepto que reglamenta la medición. Este número, la medida, se obtiene comparando el estado físico en consideración (por ejemplo una varilla, o dos lugares cercanos entre sí) con un estado físico de referencia o patrón, considerados ambos estados bajo la mira de un mismo concepto asociado a los dos (por ejemplo la distancia; en tal caso el patrón será un segmento cuya medida de distancia, su longitud, es 1); la comparación consiste en decir cuántas veces el estado medido es el estado patrón, según el concepto criterio, y se realiza con un instrumento que debe reproducir indefinidamente el patrón y reunir o crear estas reproducciones en un orden que se acomode o que concuerde con las condiciones fijadas a la comparación por el concepto. (En el caso de la varilla, las reproducciones del patrón, los segmentos unitarios, deben ser agrupados como segmentos consecutivos y de igual dirección, la de la varilla).

Es por esto por lo que la medida no devela, como a menudo se afirma con gran seguridad, una propiedad intrínseca del objeto (estado) medido sino una relación extrínseca entre objeto y patrón, vía aparato. La medida dice lo que le ocurre al objeto en contacto con el aparato y va luego a integrarse en una experiencia y en un saber que la utilizan consistentemente como representante del objeto según el concepto correspondiente. Por otra parte, la precisión de la medida, a excepción de la posibilidad de aumentar el número de decimales manteniéndose dentro del rango de dimensiones en que cobra existencia el objeto medido, depende única y exclusivamente de la precisión en el manejo del aparato: la longitud exacta de una distancia sería el resultado de una realización exacta de la operación de medición.

La magia de las matemáticas llega a la física

por el método que ésta propone para considerar la naturaleza. Y la manipulación matemática de las medidas, los procesos a que se las somete, el tipo de operaciones definibles entre ellas, se utilizan dependiendo de las características asignables a los conceptos y a los estados físicos a que corresponden. Por ejemplo, $1 + 1 = 2$ siempre que se trate de 2 elementos que reunidos de cualquier manera aporten siempre el mismo resultado: 2 elementos, como los aguacates (si parecidos), o los segmentos consecutivos y de igual dirección (y de igual longitud). Pero no será dos cuando se trate de fuerzas, o mejor acciones de igual intensidad, que reunidas darán un resultado variable según sus direcciones.

Mediante la medición de longitudes es posible asociar a un estado físico, considerado como segmento, un número; por otra parte, es posible definir o construir unas reglas de manipulación entre números (un álgebra, con sus operaciones) que permiten hacer corresponder las manipulaciones de estados físicos con las correspondientes manipulaciones de sus números de medición. Por ejemplo, se tienen dos varillas A y B (es decir, dos estados físicos A y B cuyas características conocemos tan bien que el concepto "varilla" los recrea completamente); mediante una medición se asocian con ellas las longitudes l_a y l_b : a la operación entre varillas que consiste en disponerlas con dos extremos en contacto (los otros dos no) y en la misma dirección se corresponde perfectamente la operación de suma de l_a y l_b , de tal forma que al nuevo estado físico (lo que parece ser una nueva varilla) le corresponde, según la misma medición que produjo l_a y l_b , el número $l_a + l_b$. Si en el nuevo estado físico dos extremos de A y B se tocan pero sus direcciones no son iguales, la longitud de este nuevo estado (la del segmento entre los extremos que no se tocan) dependerá no sólo de l_a y l_b , sino también de las medidas de las direcciones de A y B, o mejor de su orientación relativa, que es el ángulo θ entre ambos segmentos. En este caso, el algoritmo algebraico para encontrar la nueva longitud es la llamada ley de cosenos.

Pero igualmente a cada varilla se la puede asociar con un segmento geométrico orientado, y definir un nuevo elemento matemático, el vector (vector libre), asociado con el conjunto de segmentos orientados equivalentes según módulo (o magnitud), dirección y sentido, en tal forma que la suma entre el vector correspondiente a la varilla A (V_a) y el asociado con B (V_b) dé por resultado, directamente, un vector coincidente con el segmento definido por los extremos de A y B que no se tocan. De esta manera se obtiene un resultado que no sólo predice la longitud del segmento entre los extremos que no se tocan, sino también su dirección.

* * *

Son estas posibilidades que abren las mediciones (asociaciones de números con estados físicos según la mira de un cierto concepto), posibilidades puestas en práctica mucho antes del desarrollo de la mecánica en terrenos tan variados como la contabilidad, la carpintería o la agrimensura, las que las hacen tan importantes para

la física: manipular con palabras y números *como si* se manipularan estados físicos. Los conceptos, las teorías, aluden a los estados físicos (alusión fundada en experiencias), y a cada estado físico su número de medición lo particulariza en el contexto del concepto que define la medida; ahora bien, los resultados (o predicciones) de las manipulaciones con teorías y medidas (éstas son los datos) se comparan con los resultados (mediciones) de manipular efectivamente los estados físicos en concordancia con las manipulaciones teóricas: si hay coincidencia entre las predicciones y los resultados medidos sobre los estados físicos manipulados, todo va bien; si no coinciden habrá que revisar ambos procesos en busca de un error de implementación (ya sea en los cálculos o en la llamada práctica), y si aún así subsiste una diferencia injustificada entre predicciones y resultados medidos, entonces habrá que cambiar la teoría, pues la física supone que "la naturaleza nunca se equivoca" (H. Poincaré).

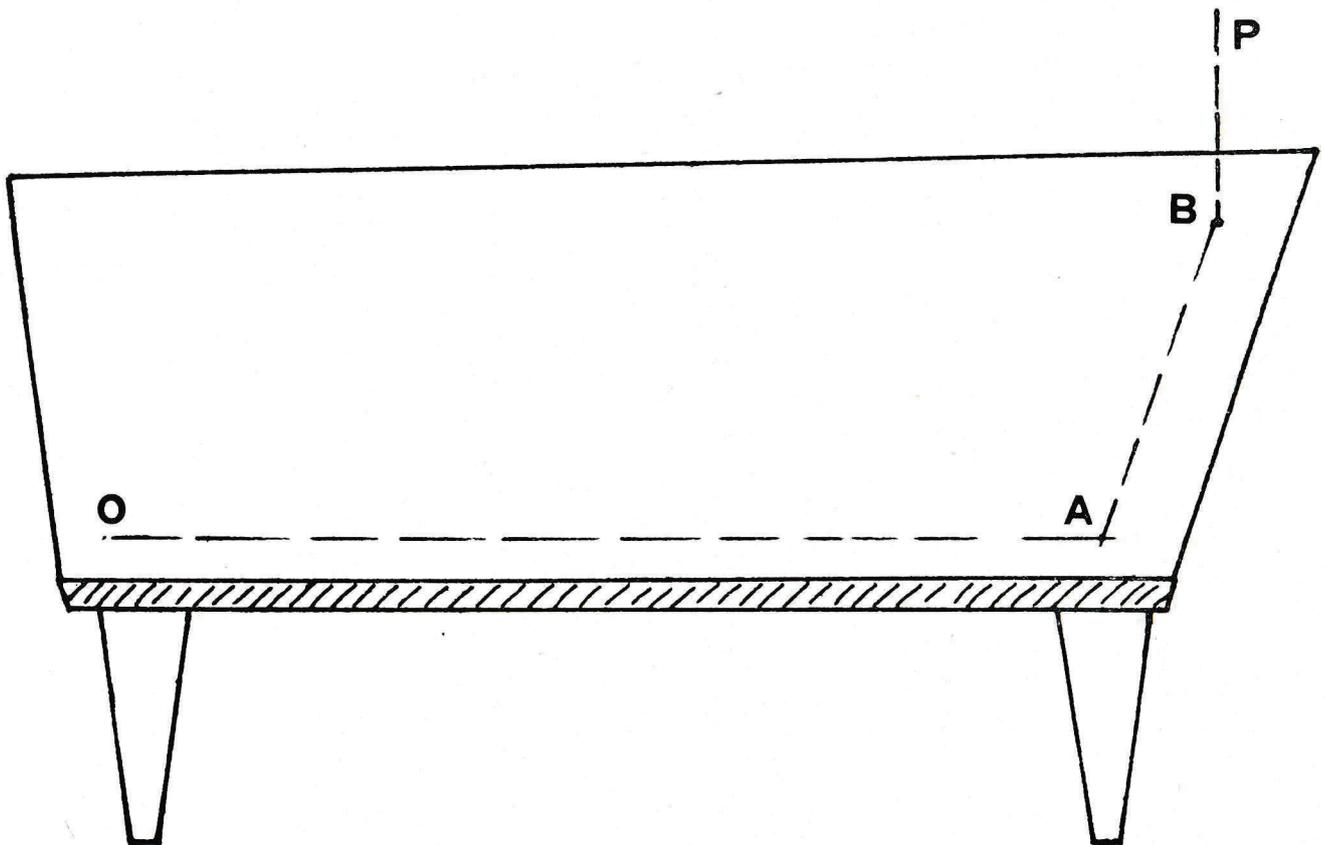
* * *

Volviendo al pequeño ámbito en que hasta ahora hemos trabajado, recordemos que un observador puede localizar un punto con relación a un sistema de elementos de referencia mediante un cierto número de estados físicos considerados bajo la mira de algunos conceptos geométricos; o también, en base a lo anterior, puede hacer la localización mediante las medidas correspondientes a estos estados. Por ejemplo: (Ver gráfico en la página siguiente).

Para pasar de O a P se puede diseñar el siguiente método: se coloca a partir de O una varillita o rielecito (o se temple un hilo) en igual dirección que el borde próximo, o simplemente se traza una raya en la mesa moviéndonos siempre en forma igual respecto al borde. A continuación se suspende una plomada en tal forma que su hilo pase por P, constituyéndose en la vertical por dicho punto, y se marca el punto de intersección de esta vertical con la mesa, que llamamos B, desde el cual hacemos algo análogo a lo hecho en O, pero con respecto al otro borde. Los tramos de hilo OA, AB y BP, levantados según estas reglas, permiten, como lo comprueba la experiencia, localizar a P a partir de O (o viceversa) cuantas veces se quiera, siempre que no se mueva la mesa, los hilos puedan templarse, haya acción gravitatoria, etc.

Pero el observador también puede hacer otra cosa: puede decir, si maneja la teoría geométrica, que si se traza por O una paralela al borde próximo, la recta OA, que será única según postuló Euclides, y luego se levanta la vertical por P, que corta en B al plano de la mesa, y por último se traza por este punto la paralela al otro borde, que corta a OA en A, los segmentos orientados OA, AB y BP definen completamente la posición de P respecto a O.

Si el observador procede a medir las distancias de estos tres segmentos, estas longitudes formarán una tripla ordenada así: (l_{oa} , l_{ab} , l_{bc}) que es característica de P respecto a O, siempre que se la interprete en el marco de referencia en que



se la produjo. A estas triplas ordenadas de números se las llama coordenadas de los puntos; forman un conjunto numérico (producto cartesiano de los reales) en correspondencia biunívoca con los puntos del espacio euclídeo del observador, que a su vez es un modelo geométrico, una teoría que él ha encontrado utilizable con respecto a un amplísimo rango de experiencias.

* * *

La física manipula teorías y medidas; la mecánica clásica supone que la medida de una magnitud cualquiera puede ser cualquier número real, y este supuesto le permite utilizar, junto con las demás teorías, el cálculo o análisis matemático de funciones reales de variable real o imaginaria⁽¹⁾. Este sistema de trabajo permite elaborar predicciones (es decir, resultados de manipulaciones con conceptos, y medidas, medidas que en parte serán datos y en parte incógnitas precisamente porque se trata de producir predicciones) que coinciden, si todo va bien, con los resultados medidos al manipular correspondientemente con estados físicos⁽²⁾.

1. De hecho, fueron los físicos los que *hicieron* este cálculo, o bien fue la física la que en buena parte impulsó su construcción.

2. Como dijimos antes, cabe diferenciar entre las medidas, racionales con una cantidad finita de decimales, y las variables reales de la mecánica; las características de las medidas dependen de la forma en que son producidas, mientras que las de las variables dependen del modelo que la teoría es. En determinadas circunstancias, un aparato puede no suministrar la cantidad de decimales necesarios para diferenciar dos estados

Por otra parte, cabe señalar, aún a costa de repetir, que la conexión entre experiencia y teoría en física no es una conexión entre elementos que se puedan considerar separadamente, ni es jerarquizable en uno u otro sentido, como a menudo se quiere hacer; en la génesis de un cierto mundo conceptual hay una serie de experiencias; pero a su vez, en la vivencia de una experiencia interviene un mundo conceptual, (o tal vez varios), una organización de diversas materias que aluden a las experiencias, o, en términos de lo que mencionábamos antes, la utilización de un cierto modelo es parte integrante de la vivencia; el modelo, por decirlo así, es modelo de... de... de nada, es creativo. ●

físicos que según predicciones teóricas no son equivalentes. En tal caso, se puede intentar diseñar un aparato "más preciso", es decir, que aporte más decimales significativos; algunas veces esto confirmará la teoría, otras, como en el famoso experimento de Michelson y Morley, le dará la despedida (mejor dicho, comenzará a dársela). Por otra parte, hay una estrecha relación entre el grado de precisión de un aparato (es decir, la cantidad de decimales que bien manejado aporte) y el rango experimental-conceptual en que se lo utiliza. Un microscopio electrónico no tiene nada que hacer en la mecánica clásica; no sólo porque resultaría muy engorroso medir con él una distancia de un metro de longitud o porque el grado de precisión que aporta no es allí significativo, sino porque crea un campo experimental que, si bien se puede poner en relación con el de aquella, no admite la utilización de sus conceptos y supuestos pues los objetos que en ese campo existen son muy diferentes de los que se construyen en el campo de nuestra experiencia cotidiana. Nuestros ojos nos hacen de una cierta forma, y hacen al mundo. Cuando se adicionan de una lente, el mundo y nosotros cambian.